

研究ノート

空間表象能力の発達に基づく算数教育の在り方

The state of mathematics education based on the development of spatial representation ability

山本 博和

要約：数学的能力の一つである空間表象能力は、小学校児童にとって算数の学びに大きな影響を及ぼすものである。j.ピアジェの発達段階説では、前操作期から具体的操作期にあたる幼児期から小学校在学時期に、空間表象能力は大きく発達するものであるという。そこで、小学校児童の空間表象能力の発達を明らかにするために、「イメージ立方体描画」という調査を横断的かつ縦断的に行った。約10年毎に3度にわたり小学校の第1学年から第6学年で行った結果、空間表象能力は、個人差はあるものの、低学年は未発達であり、中学年期に著しく発達し、高学年には一応の発達の完成が見られるということが明らかになった。さらに、空間表象能力は社会や生活の変化に影響を受けない人間固有の発達特性であることもわかった。以上の調査結果から、子どもの空間表象能力の発達に即した算数教育は、小学校低学年においては作業的な活動や体験的な活動、具体物を用いた活動などを通じた学習、中学年期には具体的操作活動とともに思考実験のような映像的操作（空間的イメージ操作）活動を取り入れた学習、高学年には映像的操作活動とともに概念的・論理的思考に基づく問題解決型の学習を行うことが望ましいという結論に至った。特に、文部科学省が求めている、数・量・図形についての感覚を豊かにするとともに、数・量・図形概念を形成し、問題解決能力を育むためには、空間表象能力の発達に即した操作活動を取り入れた指導法の確立が望まれる。その実践事例として、「球」と「分数」の指導の在り方について紹介した。

Key Words：数学的能力 空間表象能力 発達 算数教育

はじめに

算数の学習、特に図形領域において、強い関心を示したり豊かな発想をしたりする子どもがいた。そのような子どもたちは、何か特別な能力を有し、その能力を用いて念頭で図形を操作しながら、また時には身振り手振りを交えながら問題を解決しているようであった。いろいろな文献から、その能力を空間表象能力（空間的イメージ操作能力）にとらえ、小学校児童の発達を横断的かつ縦断的に調査した。その結果に基づき、空間表象能力の発達に応じるとともに、発達を助長する算数教育の在り方を探ることにした。

1. 空間表象能力の発達

小学校学習指導要領における算数科の第1学年と第2学年の目標は、「数と計算」「量と測定」「図形」「数量関係」のすべての領域で、「具体物を用いた活動などを通して…」と書かれている。それは、小学校低学年期の

子どもの発達段階からして当然のことである。特に、空間表象能力の発達は、子どもの算数の学びに大きな影響を及ぼすものである。

子どもの空間表象能力の発達に関する調査

① 調査目的

子どもの静的な空間表象能力の発達傾向を調べる。

② 調査年月

第1回 1984年6月、9月、12月、1985年3月

第2回 1996年6月、9月、12月、1997年3月

第3回 2006年6月、9月、12月、2007年3月

③ 調査対象

各回とも各学年1～4学級を抽出

④ 調査方法

1辺10cmの立方体模型を30秒程提示し、それを隠した後、立方体をB5用紙にフリーハンドで描かせる。

⑤ 調査結果

結果の分析に当たり、J.ピアジェの『心像の発達心理学』を参考に、筆者が子どもの空間表象能力の発達段階を立方的表現の内容により表-1のように分類した。

表-1 立方体表現の発達段階

段階	特徴	描画例
第Ⅰ段階 (前位相的段階)	<ul style="list-style-type: none"> ・平面的 ・展開図的 ・面の繋がりなし 	
第Ⅱ段階 (位相的段階)	<ul style="list-style-type: none"> ・位相性あり ・面の形は不正確だが繋がっている ・方形分割 	
第Ⅲ段階 (射影的段階)	<ul style="list-style-type: none"> ・正面はアフィンので、側面の平行性なし ・透視画的 ・基底線がある 	
第Ⅳ段階 1. アフィンの 2. ユークリッド的	<ol style="list-style-type: none"> 1. 平行性は保たれるが、長さは保たれない 2. 平行性, 計量的側面が保たれる 	

調査結果を分析するにあたり、立方体表現を平面的表現（第Ⅰ段階、第Ⅱ段階）と立体的表現（第Ⅲ段階、第Ⅳ段階）に分けた。そのうちの立体的表現の割合を示したものが図-1, 2, 3である。

学年	3月	6月	9月	12月
1年		0.0	8.1	13.9
2年	0.0	0.0	0.0	2.9
3年		30.6	47.1	57.9
4年	48.5	64.9	68.6	74.3
5年		93.0	90.7	100.0
6年	97.3	97.7	97.7	100.0

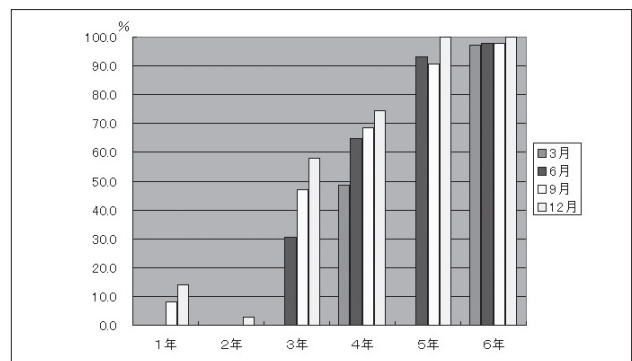


図-1 1984年度 立体的表現の割合 (%)

学年	6月	9月	12月	3月
1年		0.0	4.8	9.5
2年	3.8	0.0	3.6	14.3
3年	8.0	36.0	44.0	41.7
4年	55.6	55.6	68.4	77.8
5年	91.4	100.0	100.0	100.0
6年	84.0	96.2	96.0	100.0

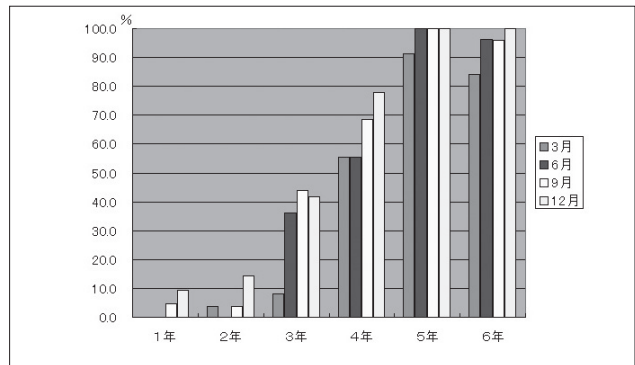


図-2 1996年度 立体的表現の割合 (%)

学年	6月	9月	12月	3月
1年	1.4	4.2	4.3	6.0
2年	10.8	11.8	21.6	29.7
3年	26.2	36.9	42.9	53.3
4年	33.3	42.9	68.6	81.2
5年	68.0	69.6	79.4	84.9
6年	96.9	96.9	97.0	95.4

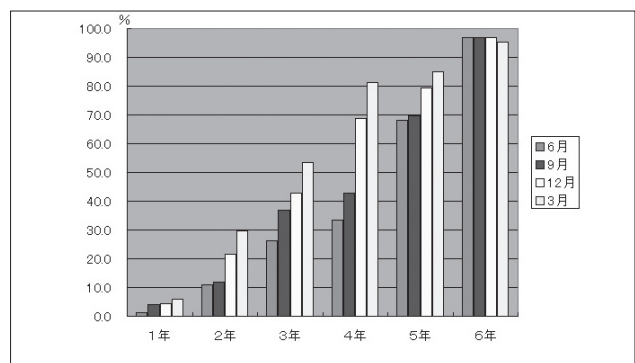


図-3 2006年度 立体的表現の割合 (%)

⑥ 分析と考察

図-3に示しているように、6月から3月までの立体的表現の割合の変化は、第1学年+4.6ポイント、第2年+18.9ポイント、第3学年+27.1ポイント、第4学年+47.9ポイント、第5学年+16.9ポイント、第6学年-1.5ポイントである。また、第2学年の3月には約30%、第4学年の3月には約80%、第6学年の3月には約95%の子どもが立体的な表現が可能となっている。他の年度の調査も同じような結果を示していることから、小学校期の子どもの空間表象能力の発達は、次のような傾向を示していることが分かった。

- ・低学年期の子どもは、空間表象能力が未発達である。
- ・中学年期の子どもは、空間表象能力が著しく発達する。
- ・高学年期になって、空間表象能力は一応の完成を見る。

調査を行った20年程の間に経済も社会も変化し、子どもの生活も大きく変わった。テレビゲームの普及や教育機器を用いた授業などにより、子どもは、平面上に表された映像を立体的にとらえる力が向上したのではないかと考えていた。しかし、10年ごとの3度の調査でほとんど同じ結果が出た。このことは、子どもの空間表象能力が、社会や生活の変化等の影響を全く受けていない

ことを示すものである。しかも、算数の授業において、当時第4学年で立方体と直方体の学習をしていたにもかかわらず、それが活かされていないことも明らかとなった。これらのことから、空間表象能力は、人間が持って生まれた発達特性を有するもので、環境の変化や教育等の影響を受けない普遍的な能力であると言えるのではないだろうか。

イメージ立方体描画の調査結果からも明らかのように、小学校低学年期の子どもには、具体物を用いた活動や体験を通して学習することが求められ、中学年期に入るとイメージ操作による問題解決が徐々に可能となってくるため、具体的操作と映像的操作を組み合わせ、数・量・図形の感覚の育成と問題解決能力を十分に育成する必要が出てくる。また、高学年期になると空間表象能力の完成期に入り、映像的操作と概念的思考による形式的操作を組み合わせ、数学的能力としての演繹的・論理的思考力の育成を図らなければならない。これは、J. S. ブルーナーのEIS理論1. 活動的表象(enactive representation) 2. 映像的表象(iconic representation) 3. 象徴的表象(symbolic representation)にもあてはまるものである。ただ、ここでいうところの空間表象能力の

発達には、他の能力と同様に個人差と限界がある。

2. 空間表象能力と問題解決

問題解決過程における具体的操作、映像的操作、形式的操作についてハノイの塔で説明すると次のようになる。

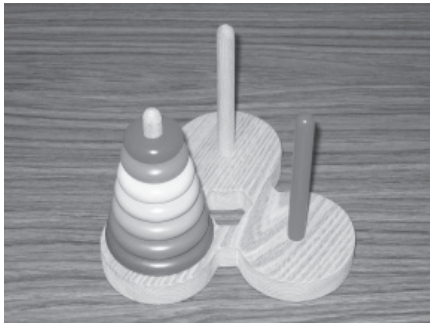


図-4 ハノイの塔

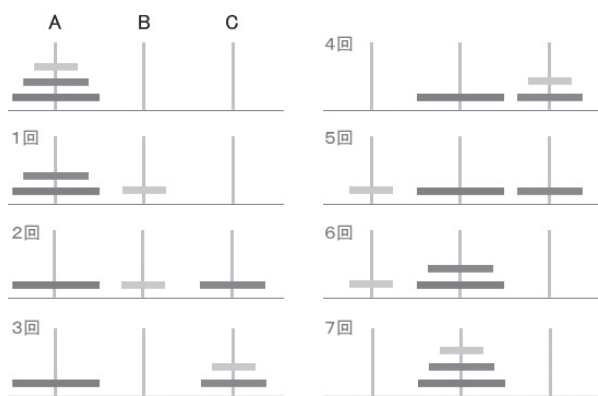
(課題)

n 枚の円盤を他の棒に最少の手数で移動させる。

(ルール)

1. 1回の操作で移動できるのは、一番上にある1枚の円盤だけである。
2. 小さい円盤の上には、大きい円盤を乗せることができない。

例：3枚の場合



具体的操作 ⇒ 映像的操作 ⇒ 形式的操作という問題解決の過程を経て、子どもは問題解決能力を向上させていくのである。空間表象能力が未発達な段階では、実際に手を使った具体的操作を通し、試行錯誤ながら問題解決せざるを得ない。空間表象能力の発達に伴い、イメージを用いた操作、つまり映像的操作による問題解決が可能となる。しかし、枚数が増えるにつれ空間表象能力（空間的イメージ操作能力）の発達の違いにより問題

解決に差が出てくる。また、空間表象能力に限界があるため、イメージで操作することができなくなってくる。できなくなると数学の問題解決の一手段である表を用いてきまりを見つけ、最終的には公式を導き出すことになる。いわゆる形式的操作による問題解決である。

表-2 ハノイの塔における円盤の枚数と移動手数

枚数	1	2	3	4	5	...
手数	1	3	7	15	31	...

形式的操作による証明は次のとおりである。

階差級数

数列 $\{a_n\}$ の階差をとると 2 4 8 16 32... となる。

これは初項2、公比2の等比数列であるから、

$n \geq 2$ のとき

$$a_n = 1 + \sum_{k=1}^{n-1} 2^k = 2^n - 1$$

$n = 1$ のときも成り立つ。

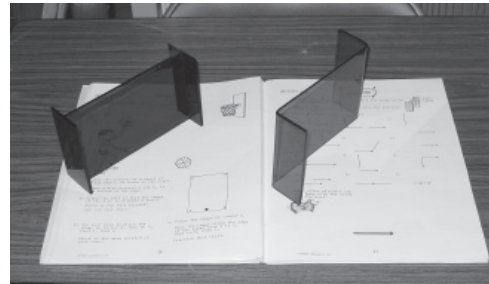
したがって $a_n = 2^n - 1$ である。

空間表象能力を含めた数学的能力の育成は学校教育だけの問題ではない。幼児期から生活の中でいろいろな遊び体験（土、砂、水、積み木、折り紙、ボール、ゲーム等々）が必要である。ハノイの塔はその一例である。その他に、図-5に示すような立体4目並べやMIRA（赤色透明アクリル板製の線対象学習具）、立方体展開図学習具なども空間表象能力の育成につながる遊びや学習の材として有用である。

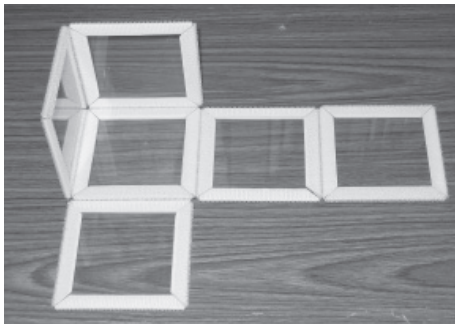
様々な体験活動の中で、子どもは無意識のうちに数・量・図形の操作を行い、感覚的に対象の特性を捉えているのである。そのことが、直観力や空間表象能力、算数における問題解決能力を身に付ける元となる。さらに求めるなら、数・量・図形の感覚を養い、概念を形成させるために、具体的な活動とともに言語表現や図の表現、身振り手振りといった身体表現などを繰り返し行わせたものである。



立体4目並べ



MIRA



立方体展開図



ウイスキーの空き瓶

図-5 空間表象能力育成のための学習具

3. 数学的能力としての空間表象能力

算数の問題解決能力について、上島成和は『兵庫県立教育研修所 研究紀要第95集』「算数科における問題解決能力の診断に関する因子論的研究」(1984)の中で次の5つの因子を示した。

- 1 演繹・帰納・類比の推理因子(数学的な考え方, 数学的思考力)
- 2 イメージ操作因子(空間表象能力, 映像的操作能力)
- 3 実務的・技能的因子(作図, 作表, グラフ化, 式表示など)
- 4 演算因子(演算決定, 計算力)
- 5 言語理解因子(文章読解力)

上島が示したイメージ操作因子こそ、空間表象能力に当たるものである。また、『AERA with Kids Vol.2』に「算数脳をつくる二つの力とは?」というテーマで次のような力を示している。

- 1 見える力
 - ・図形センス(補助線がパッと浮かぶ…)
 - ・発見力(はみ出し発想ができる…)
 - ・試行錯誤力(とにかく手を動かす…)
 - ・空間認識力(頭の中で立体をクルクル…)

2 詰める力

- ・論理性(「条件」に合わせて詰める…)
- ・要約力(つまりこういうこと?と見抜く…)
- ・意志の力(最後まであきらめない…)
- ・精読力(一字一句読み落とさない…)

ここに示された、見える力としての空間認識力は、言葉こそ違え、空間表象能力である。

空間表象能力(イメージ操作能力, 空間認識力)の重要性について、数学者や心理学者は次のように言っている。

- ・イメージ操作の能力は、情報の精緻化、創造性との相関が極めて高い。

(上島成和 前掲書)

- ・数学的能力の構成要素として、空間表象能力と抽象的な数学的關係、依存關係を映像的に表象する能力がある。…数学的に能力のある生徒は、空間表象の発達が顕著である。

(V. A. クルチェツキー『数学的能力の構造』)

- ・イメージは眼や耳のような感覚器官からの直接の情報によるのではなく、自分の経験や知識、それに目標や願望によって心の中につくりだされるものである。そして、問題解決においてイメージを描くことによって、

問題の解決に必要な情報を利用しやすいように再構成することができ、イメージを心の中で動かすことによって、問題解決に必要な情報を操作することができる。

(安西祐一郎『問題解決の心理学』)

こうして見てくると、作業的な活動、体験的な活動、具体物を用いた活動といった具体的操作を行う目的は、映像的操作を行うための空間表象能力の発達を助長することにあると言っても過言ではない。

子どもは、数学的に言うところの空間図形（立体）に囲まれ生活をしている。そのような子どもが捉えている世界は、現実の世界と子どもの世界と算数・数学の世界の3通りある。

- ① 視覚的にとらえた現実の世界（三次元現実空間）
- ② 子どもが意識している世界（頭の中に想像する心的空間）
- ③ 算数（数学）的に処理された理想の世界（幾何学的空間・数学的空間）

この3つの世界・空間を立方体で説明する次のようになる。

まず、①の三次元現実空間であるが、視覚的に捉えると平行線は先に行くに従って幅が狭くなっているように見える。道路でも線路でもそうである。1辺10cmの立方体では、目から30cmほど離して見ると手前の辺が10cmに見えたとき、奥の辺の長さは9cm位になっている。

次に、②の心的空間であるが、表-1、図-1、2、3の子どもの空間表象能力の発達に示したとおりである。小学校低学年までの子どもは、立方体を平面的に正方形や長方形、方形分割や展開図といった平面的な認識に留まっている。

最後に、③の幾何学的空間であるが、数学的に対象概念や関係概念が形成され、ユークリッド幾何学的に処理することができるため、①のように視覚的に捉えた空間図形を、頭の中で平行線は平行なまま捉えたり、辺の長さは視覚的に長短あるものの、概念的に同じとみなしたりすることができるようになる。

教育現場では、子ども一人一人の空間表象能力の発達を捉え、それに応じた教材（学習材）・教具（学習具）の開発と共に、発達に応じた操作活動を伴った指導が求められるのである。

空間表象能力を用いた映像的思考と数、文字、記号等を用いた概念的思考の特徴を示したものが表-3である。算数・数学の問題解決にとっては、両方とも重要な思考方法である。

表-3 映像的思考と概念的思考の特徴

映像的思考	概念的思考
同時处理的	継時处理的
アナログ的	デジタル的
直観的	論理的
具体的	普遍的
統合的	分析的
個性的	一般的
冗長性=大	冗長性=小

4. 空間表象能力の発達に即した算数指導

空間図形を指導する際、子ども一人一人の空間表象能力の発達に応じた指導とともに、学習を生活と関連させることにも留意しなければならない。

(1) 「球」の指導

算数では「球」を指導する際、低学年では「ボールの（ような）形」として、立方体や直方体を「箱の（ような）形」、円柱を「筒の（ような）形」として指導している。そして、中学年になって「円」の学習後「球」の学習に入る。どの教科書を見ても、球の形態的特徴しか押さえていない。算数・数学では当然かもしれないが、『小学校学習指導要領 算数』の目標に「…進んで生活や学習に活用しようとする態度を育てる。」とある。そのことを踏まえると、J. デューイが言うように「教育が経験の再構成である」ことを考えると、球の形態的特徴だけでなく機能的特徴も指導しなければならないことになる。そのことは、文部科学省の『小学校学習指導要領解説 算数編』の第1学年 図形領域の内容で次のように書かれていることから明らかである。

「形の特徴をとらえる」というのは、「さんかく」や「しかく」は「まる」と比べてかどがある、「さんかく」のかどは三つある、「さんかく」と「しかく」を比べるとかどの個数が異なるといった形状の特徴をとらえることができることである。また、箱の形は平らなところがあるが、ボールの形は平らなところがないといった立体の形状をとらえることや、筒の形は置き方によって、転がりやすくなったり、重ねて積み上げることができたりする形であること、また、ボールの形は転がりやすい形であること、箱の形は、重ねて積み上げることができる形であることなどの立体の機能的な側面についても指導する。

子どもから出てくる球（ボールのような形）の特徴は次の通りである。

【形態的特徴】

- ・曲面だけで囲まれていて平面がない。
- ・頂点、辺がない。
- ・切断面は円である。
- ・どこから見ても円に見える。

【機能的特徴】

- ・どの方向にも転がる。
- ・弾む、跳ねる。
- ・積み重ねることができない。

球のもつ機能的特徴は、球の形態的特徴を用いた「どの方向にも転がる」というものと、球の素材がもつ特性を利用した「弾む 跳ねる」というものである。「転がる」という機能的特徴は、物体と物体の摩擦（抵抗）によって起こる現象であって、もし、金属や石でできた重い球を氷のような抵抗の少ないものの上でそっと押すと、カーリングのストーンのように滑るかもしれない。実際ボーリングのボールがフローアを滑ることもある。「弾む」という機能的特徴も、球とそれが衝突する相手の物体、それぞれの素材が持つ弾性や硬性、重量や密度などの問題である。野球のボールやスーパーボールはよく弾むが、砲丸投げの球はあまり弾まない。

図-6の「ハネテミンカ」と「滑る目玉」は、球の機能的特徴を指導するための教具（学習具）である。ハネテミンカは、東京防音株式会社がおもちゃとして売り出していたもので、1個は快く弾むが1個はほとんど弾ま

ない。もう1個は半分ずつに分かれ、弾んだり弾まなかったりする。「滑る目玉」は、本当は転がっているのだが、二重になった球の間に水が入っており、中の球は内におもりが付けられ、水に浮いた状態であるため、常に同じ方向を向いている。外の球だけが転んでいるが、全体が滑っているように見える。子どもが思いこんでいる球の機能的特徴を一度崩して、その特徴が必ずしも球の形態的特徴を活用したものではないことを認めさせた上で新たに球の指導に入りたいものである。



図-6 「ハネテミンカ」と「滑る目玉」

(2) 「分数」の指導

図-7は、大学生が分数概念をどう保持しているかを調べた結果で、「 $\frac{2}{3}$ を図示する」という課題における間違った例である。

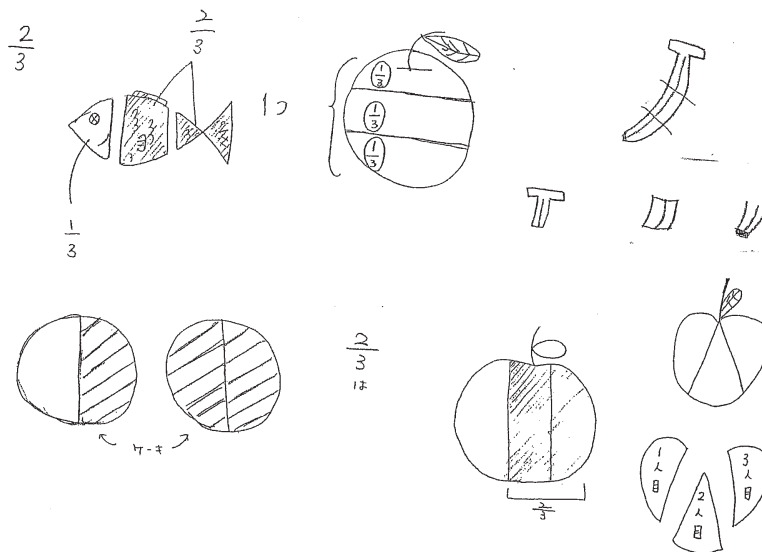


図-7 大学生が図示した $\frac{2}{3}$

$\frac{2}{3}$ を表すには、量分数、分割分数、割合分数、商分数、単位分数のいくつ分、などがある。1ℓの牛乳の $\frac{2}{3}$ は、 $\frac{2}{3}$ ℓ（量分数）である。1個のりんごの $\frac{2}{3}$ は、1個のりんごを3等分したものの2つ分（分割分数）であり、3個のりんごの $\frac{2}{3}$ は2個のりんご（割合分数）である。 $2 \div 3 = \frac{2}{3}$ （商分数）である。 $\frac{1}{3}$ の2つ分が $\frac{2}{3}$ （単位分数のいくつ分）である。

我が国は、分数社会ではなく小数社会である。例えば、身体測定で身長は136.5 cm、体重は40.6 kg等、小数で表される。身長を「136と $\frac{1}{2}$ cm」と言ったり、体重を「40と $\frac{3}{5}$ kg」と言ったりすることはない。特に量を分数で表すことは少なく、スーパーマーケット等では「 $\frac{5}{8}$ チップス」「チューブでバター $\frac{1}{3}$ 」「カロリーハーフ $\frac{1}{2}$ 」といった商品を見かける程度である。これらはすべて何かを1としたときの割合を示している割合分数である。子どもが生活の中で行動的に体験しているのは、等分割、つまり何等分したうちのいくつ分といった分割分数が多い。学生が $\frac{2}{3}$ を図示しようとしたとき、多くは長方形や円を3等分し、そのうちの2つ分を示した。実際に小学校では、長方形や円を用いて分数学習を行っている。ただ、最近の子どもは（現在の大学生も含めて）、家庭で3等分するという体験が少なくなっている。ものが豊かになり「分け合う」必要がなくなったり、親が分けてしまったり、すでに分割して販売してあったりと、子どもが自らの手で等分割することがなくなった。その影響で、実生活では考えられないような、りんごの縦切りや横切り、魚を頭と体と尾に分けるという行動を、何の疑いもなく単に図示したに過ぎないのであろう。リングも魚も体積の等しさではなく、長さ（幅）だけで判断しているのである。あるいは、 $\frac{1}{3}$ という分数を、単に「3つに分けたうちの1つ分」と考え、「等分する」という意識が欠けているのかもしれない。

かつて、3人の子ども（小学6年、3年、1年）に1枚のピザを渡し、「仲良く分けなさい」と言ったところ、6年の子どもは、120°ずつ分ければよいことは知っているが、なぜかじっとピザを見つめ、しばらく考えた後、まず半分に切り、次に半分のピザをまた半分に切った。つまり4等分したのである。 $\frac{1}{4}$ のピザを1枚ずつ3人に配り、残った $\frac{1}{4}$ のピザをまた半分に切り（ $\frac{1}{8}$ ）、それをまた半分に切り、つまり $\frac{1}{16}$ ずつ3人に配り、残った $\frac{1}{16}$ のピザを自分のものにした。等分ではないが、仲良く分けたのである。そのまま続けて分けていけば、みんな

な等しく $\frac{1}{3}$ ずつになるということを知っているようであった。

このことを数学的に証明すると、次のようになる。

まず4等分し、 $\frac{1}{4}$ ずつ分ける。そして $\frac{1}{4}$ を4等分し、 $\frac{1}{16}$ ずつ分ける。これを続ける。

初項 $\frac{1}{4}$ 、公比 $\frac{1}{4}$ の等比級数の和 $(\frac{1}{4} + \frac{1}{4 \times 4} + \frac{1}{4 \times 4 \times 4} + \dots)$

$$\text{部分和 } S_n = \frac{\text{初項} (1 - \text{公比}^n)}{1 - \text{公比}} \quad n = 1 \rightarrow \infty$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{1}{4})^n = \frac{1}{3} \quad S_n = \frac{\frac{1}{4} \{1 - (\frac{1}{4})^n\}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{4} - (\frac{1}{4})^{n+1}}{\frac{3}{4}}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{4} - (\frac{1}{4})^{n+1}}{\frac{3}{4}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{3}$$

小学校での分数学習では、J. デューイが言うように「子どもと環境との相互作用や子どもの生活経験に基づくカリキュラムが大切である」ということからして、子どもが生活の中でよく体験すると考えられるピザの等分割という分割分数課題を用い、具体的な操作活動を通して導入を図るのがよいと思われる。円形のよさは、全体量としての1が中心角の360°で表され、円の大きさ（直径）が変わろうとも、1というものに共通のもの（360°）が存在するところにある。しかし、長方形ならば全体量が変われば、1という基準がなくなってしまう。同じ分数であっても辺の長さや面積といった量が変わってしまう。ピザを用いるのは、実生活の中で等分割する体験を行うことが多いこと、平面的であること、そのために操作がしやすいことなどのよさがある。ホールのケーキを用いてもいいが、高さがあって立体的であるため操作がしにくい。ホットケーキでもいいが、等分割するという体験はほとんどない。現行の算数教科書（6社）では、ほとんどが量分数から入っている。分数は、小学校では指導の難しい内容の一つである。子どもの実態や分数概念の形成ということからすると、分数学習の導入では、ピザの等分割（分割分数）が最適な教材、課題である。指導にあたっては、ピザを等分するという課題提示後、念頭での映像的操作活動を促す意味から、どのように分割すればよいか見通しをたてさせる。そして、各自が立てた見通しを検討させた後、実際に分割するという具体的操作を行わせる。こうした意図的、計画的な指導により、子どもの空間表象能力の発達は助長されるものである。

おわりに

数学的能力の一つであり、情報の精緻化や創造性との相関が高いといわれる空間表象能力は、立方体表現（イメージ立方体描画）による調査の結果から、小学校6年間で著しく発達することが明らかとなった。特に中学年期においてそれが顕著である。その能力の発達に応じるとともに、発達を助長する算数教育を行うために教材開発や指導方法の改善が求められる。その具体的事例として子どもの発達や生活に基づいた素材の教材化と指導方法について中学年教材である「球」と「分数」で紹介した。今後の算数教育を考える上で参考になれば幸いである。

この度の教育課程の改訂において「…算数・数学の内容の系統性を重視しつつ、学年間や学校段階間で内容の一部を重複させて、発達や学年の段階に応じた反復(スパイラル)による教育課程を編成できるようにする。」と、改訂の基本方針の中で述べられている。ハノイの塔や分数の事例の中で示した公式や証明は、中学校や高等学校の数学で扱うことである。しかし、小学校の算数教育は、中学校や高等学校の数学教育の内容を理解し、意識した上で行われるべきである事を考慮に入れ、敢えて載せておいた。

ここで行った空間表象能力の発達に関する調査は、子どもの静的な面である。動的なイメージ操作に関しては1984年度に立方体展開図課題として調査を行っている。しかし、改めて調査を行い、静的、動的の両面から子どもの空間表象能力の発達を明らかにするとともに、それに基づいた算数教育を確立することが課題として残っている。