

〈実践論文〉

算数科授業における「テープ図」指導に関する一考察

A study on teaching “tape diagrams” in mathematics classes

高知大学 矢田 敦之*¹

要約：テープ図の指導には、実践知から、「技能性」、「習熟性」、「操作性」、「思考性」の4つの問題点が指摘される。「技能性」とは、作図に伴う困難性のことである。「習熟性」とは、テープ図を扱う時間が短いため、活用が不十分に終わることである。「操作性」とは、この学習では操作性がないことが、学習者の意欲や理解に好影響を与えていないため、操作可能な学習具を用いることである。「思考性」とは、本学習が数の構造や関係、演算決定など思考を伴う複雑な要素を有していることである。代数関係や数量関係を扱う本学習では、順思考や逆思考の問題に直面する。また、同じテープ図から加法、減法の問題を考え、場面、テープ図、式を関連づける。これらを踏まえ、本研究では、テープ図を扱った指導の4つの問題に対応した取組によって、学習者のもつ各要素の状態が如何に変容したか、学習者がテープ図の有用性を感得できたかの考察を目的とする。このため、テープ図を扱った指導の4つの問題点を踏まえた事前指導によって、学習者のテープ図に対する関心を高め、理解を促す。次に、テープ図の練習及び研究授業の内容を検討したうえで、それぞれを実施する。最後に、研究授業を考察したうえで、本研究を総合考察する。事前指導の結果から、「テープ図の部分に相当する要素は2つとする。」、「テープ図のかき方の手順は改めて丁寧に扱う。」、「場面、テープ図、式の相互関係が捉えられるような手立てを講じる。」の3つを留意点とした。次に、テープ図練習問題に取り組み、この結果から、操作性を除く各要素に向上がした。全6時間研究授業を実施した。この結果、本学習において、キズネール棒を使うことで場面がイメージしやすくなったことや全体と部分を区別しやすくなったという「よさ」をあげる学習者がみられた。また、テープ図の学習によって問題が作られるようになり、場面、式、テープ図の関係性が意識できた。

Key words：テープ図、キズネール棒、代数関係、数量関係

1. 問題の所在と目的

数学教育では問題の数理構造を理解するためには、一般に図形表記が有効と認められている。このことから、算数科授業において、児童が問題に向き合った際に、解決の手立てとして、「図」を取り上げることが多い。つまり、算数科授業においては、図についての理解を深めながら、これを思考ツール、表現ツールとして数学的活

動の中で用いることが学習者にとって至要といえる。

算数科授業における図の1つとして「テープ図」がある。テープ図とは、与えられた数量をテープの長さに置き換えて、それらの関係を1本のテープ図に表したものである。これには、「低学年児童が、与えられた数量関係を視覚的に捉えやすいこと、演算決定が容易であること、 $A=C-B, B=C-A, C=A+B$ などを説明するときの道具として使えること、答えの吟味に役立つこと

*¹ Atuyuki YADA
Kochi University

などのよさがある」(日本数学教育学会, 1992)といわれている。また、テープ図指導は、第4・5・6学年で小数や分数の乗法・除法を学習するとき、問題文の数量関係に表し、立式して問題解決するための素地となる。

こうしたテープ図を用いた指導の意義が強調される一方、指導上の問題点がみられる。算数科を主として研究対象とする小学校の教職経験20年以上の教師11名が各自の実践知をもとに話し合った結果、「技能性」、「習熟性」、「操作性」、「思考性」の4つがテープ図指導上の問題点として取り上げられた。

1つ目は、「技能性」の問題である。「テープ図をかくこと」の意義を学習者に求めても、低学年の児童にとって、テープの縦横を捉えたり、横の直線を引いたり、といった作図には困難性が伴う。

2つ目は、「習熟性」の問題である。テープ図を扱う学習時間が短く、学習者がテープ図の活用が十分図れずに、授業が終わる。このため、学習者は、テープ図の有用性を十分感得することができない。

3つ目は、「操作性」の問題である。低学年児童は、算数科における学習の多くは、具体的操作によって意欲を喚起し、実感を伴う理解を促進させるが、テープ図の指導の授業では、「かく」、「よむ」が中心となり、具体物を扱う操作は見当たらない問題がある。

4つ目は、「思考性」の問題である。テープ図を扱う指導においては、学習者に「代数関係」、「数量関係」の理解が求められる。このため、順思考、逆思考、といった問題の性質が異なるものを扱うとともに、テープ図からの式化により、加法、減法、の両方を同期に考える必要がある。加えて、加法と減法を分けて指導することや場面、テープ図、式の関係(図1)が十分とはいえないところにも問題がみえる。

そこで、本研究では、大別すれば、①テープ

図を扱った指導の4つの問題に対応した取組によって、学習者のもつ各要素の状態が如何に変容したか、また、②学習者が、操作などによってテープ図の有用性を感得できたか、の2点の考察を目的とする。

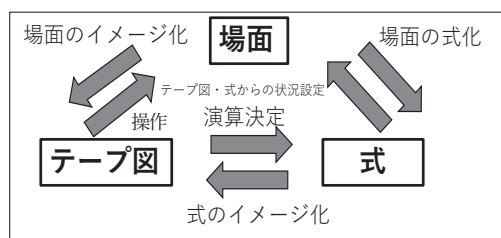


図1 場面、テープ図、式の関係

2. テープ図を扱った指導に関する先行研究

テープ図を扱った指導に関する先行研究から、文章題と向き合ったときに、2数のうちの「大きい数」が「全体の数」であると捉えたり、問題文にでてくる数の順序に従い、「たす」、「ひく」を行うといった根拠のない方略を用いたりする学習者がいる(岡・鈴木, 2007)ことが明らかになった。また、平井(2006)は、演算決定理由のレベルが低位の学習者は、テープ図の読み書きが容易ではないことや、テープ図の読み書きができるか否かには問題文の場面把握が関係していることなどを明らかにしている。一方、石田・土田・岡本(2007)は、第2学年逆思考問題でのテープ図4段階指導の学習効果を明らかにしている。この4段階指導とは、次のとおりである。

第1段階：与えられたテープ図を見て逆思考問題を解く。

第2段階：テープ図のかき方の手順を学び、テープ図をかいて逆思考問題を解く。

第3段階：テープ図をかいて逆思考問題を解く。

第4段階：テープ図から問題を作り、その問題を解き、加減の演算の意味を考える。

また、「図と式と言葉を行き来できるよう

にする」(福島・長谷川, 2004) というテープ図を扱った指導の提案がある一方、「テープ図と式を結び付けるには、それなりの授業者の働きかけが必要」(名古屋市数学研究会 B2 グループ, 1979) という指摘がある。

これらの先行研究からいえることは、テープ図を扱った指導にあたっては、「読み書き」や場面把握について、学習者によっては、十分配慮が必要であるが、指導の段階を丁寧に扱うことによって学習効果をあげることが可能であるということである。また、テープ図、式に問題文(場面)を加えた3つの関係を結び付けることが大切であり、同時に、このための手立てが授業者には求められているといえる。授業にあたっては、十分な時間の確保と前述の手立てができてなかったところにテープ図指導の問題点とその原因があるといえる。

3. 研究の流れ

まず、前述のテープ図を扱った指導の4つの問題点を踏まえた事前指導によって、学習者のテープ図に対する関心を高め、理解を促す。次に、テープ図の練習及び研究授業の内容を検討したうえで、それぞれを実施する。最後に、研究授業を考察したうえで、本研究を総合考察する。

4. 研究方法と研究に必要な手立て

研究方法としては、研究授業における学習者の様相、授業後の学習者の感想、テープ図練習問題の記述、の3つを行う。また、これらの研究方法のために、テープ図を扱った指導の4つの問題に対応する手立てを次のとおり行う。

(1) 技能性

学習者には、テープ図を「よむ」こととともに、「かく」ことが求められる。とはいえ、現実的には、授業者が、限られた時間内で教科書の内容通りに指導すれば、学習者が、テープ図

を「かく」ことを習得するのは難しい。このため、学習者に対してノートにテープ図をかかせようとするが、作図上の問題が生じやすい。そこで、授業者が、ワークシート(図2)を用意し、配付する。このワークシートにある点線は、学習者自らがかく。これによって、テープ図を2つに区切り、数を書き込みできるようにする。



図2 授業者が用意する図

(2) 習熟性

学習者のテープ図の活用やこれに伴う理解は、教科書の内容だけでは十分といえない。定着を図るためには、練習問題が必要である。練習問題は、①場面→テープ図、②テープ図→式、③式→テープ図、④テープ図→場面、の4パターンから成り、 $A=C-B$ 、 $B=C-A$ 、 $C=A+B$ 、の3つの構造から類型化されている。したがって、12タイプの問題、を用意する。

(3) 操作性

テープ図を活用する授業において、学習者には操作性が求められる。そこで、学習者にとって親和性が高い「キズネール棒」(写真1, 2)を取り上げ、場面状況を考える際に扱う。



写真1 全体と部分を示すキズネール棒



写真2 4本のキズネール棒の関係

このキズネール棒とは、ベルギーの教育実業家キズネール氏によって創案され、ロンドン大学教授ガットノー博士によって数学的、教育的、心理的意味づけなどがなされた。キズネール棒は、数を表現した10種類の棒であり、底面の一辺が1cmの正方形の角柱になっている。長さは1cmから10cmまで1cm刻みで、それぞれに異なった色が付いている。また、単位になる1の長さに印の線がなく、これによって量として捉えることができる。この棒を使って、数の構成における合成・分解の学習が可能である。その際、全体を示す棒と部分を2本の棒で表すようにする。

しかしながら、これだけでは「代数棒」としてのキズネール棒を利用する意味と操作性をいかにすることはならない。そこで、10種類のキズネール棒のうち、オレンジ、茶色、緑色、赤色の4種類の棒を用意し、このうち3本を使い、茶色を未知数(□)として扱うことで、学習者自らが操作できるようにする(図3, 4)。これによって、学習者は、テープ図の代用として、操作性を伴うキズネール棒を扱うことで数量関係を捉えることができ、これを演算決定に役立つようとする。



□(茶色)は全体を示す

図3 キズネール棒による操作状況①



□(茶色)は部分を示す

図4 キズネール棒による操作状況②

(4) 思考性

学習者にとっては、代数関係、数量関係を理解することがテープ図を扱った学習の中心になる。そこで、授業者は、学習者が、順思考問題や逆思考問題に取り組む中で、場面、テープ図、式を関係付けたり、加法や減法を同期に考えたりできるような手立てを講じる。

5. 研究の実際

「テープ図練習問題」の取組とテープ図を扱った授業の2つについて述べる。前者は、技能性、習熟性、後者は、思考性、操作性、の観点から研究の実際を示す。

(1) 事前指導

① 目的

学習者がテープ図をどう捉えているかを、事前指導によって、授業者が把握することを目的とする。

② 期間

令和4年6月3日～17日

(このうちの9日間(9回))

③ 対象

A県公立小学校 第2学年児童 24名

④ 実施者

筆者(令和4年度は小学校教員であり、対象児童が在籍する学校に勤務していた)

⑤ 内容

ア テープ図をみて「問題」を考える。例えば、赤い花が10本、青い花が8本あります。あわせて花は何本あるでしょう。」という問題とともに、これに合うテープ図も学習者が見て「問題」を考える。

イ テープ図のかき方の手順を学び問題を解く。

ウ テープ図をかいて「問題」を考える。式や問題文から自分でテープ図を作成し解決する。

エ テープ図から問題文を自分で作り、その「問題」を式化し、解決する。

⑥ 方法

第1～3回については、授業者が説明を加えながら、朝の会の前後に行った。4回目以降は、朝の会前に、1回につき1問を実施した(表1)。朝の会の前後に行ったのは、授業時間だけでは時間が不足していること、学校で朝に帯の学習時間を設定していたことが理由である。

表1 事前指導における内容

| | No.1-3 | No.4-6 | No.7-9 |
|-----------------------|---------------|----------------|-----------------|
| テープ図から問題を解く | 2要素 10+3など | 2要素 12+10など | 3要素 9+5+2など |
| テープ図のかきかたの手順を学び、問題を解く | 初回につき全体指導 | | |
| テープ図をかいて問題を解く | 2要素 12+5など | 2要素 14+20など | 3要素 10+3+6など |
| テープ図から問題を作り、その問題を解く | 2要素 14+4など | 2要素 16+23など | 3要素 7+9+12など |

⑦ 事前指導の結果及び考察

○ 結果

ア テープ図から問題を解く

C=A+Bの問題について、テープ図とともに、式化することができた。一方、通常、教科書通りであれば2要素までで考えるものが、3要素に増えたことに戸惑いをみせる学習者が一定数いた。このため、研究授業及び「テープ図練習問題」においては、C=A+Bの問題を導入に用い、要素を2つにする。

イ テープ図のかきかたの手順を学び、問題を解く

ウ テープ図をかいて問題を解く

このイ、ウの数学的活動は、低学年の学習者にとって、高次な活動かもしれない。なぜならば、数量関係の「思考性」の働きの前段として、定規の利用、数の書き込みなどの「技能性」が求められるからである。「直線を引くことが上手くできない。」、「作業時間がかかる。」といった学習者は、この段階で学習意欲を低下させてしまった。一方、こうした基本的な技能の習得は、今後、テープ図の活用に限らず、算数科学

習のあらゆる場面において求められる。そこで、技能性に関しては、テープ図の部分と部分の区分、テープ図上の数の書き込みに限定したところ、学習者の多くはテープ図を扱う問題に向き合うことができた。

エ テープ図から場面を作り、その場面を考える。

学習者は、例示によって、テープ図の要素や単位、演算の決定が容易になった。また、学習者の多くは、テープ図と場面との関係を意識できるようになった。

○ 考察

第2学年において、学習者が、逆思考問題に出会うまでにテープ図を扱う学習はあるものの、テープ図自体に焦点をあて、指導を集中・継続して行うことはほとんどないといっていよう。このことから、学習者にとってテープ図を意識しやすい環境ができたといえる。そのうえで、テープ図練習問題、研究授業においては、次のことに留意する。

- ・テープ図の「部分」に相当する要素は2つとする。
- ・テープ図のかきかたの手順は改めて丁寧に扱う。その際、全体を示すテープ(図)は、授業者が用意する。
- ・場面、テープ図、式の相互関係が捉えられるような手立てを講じる。

(2) テープ図練習問題

① 目的

テープ図練習問題の取組は、テープ図の「部分」に相当する2量の区分や問題文または式の意味に合う数の記述といった「技能性」の向上を目的とする。また、繰り返し練習することによる、テープ図への理解や利用性の高まり、学習者のテープ図に対する有用性の感得に繋がることを期待する。

② 期間

第1期：令和4年10月3日(月)～19日(水)

(12日間(12回))授業と並行して実施。
 第2期:令和4年10月20日(木)~24日(月)
 (3日間(12回))授業後に実施。

③ 対象者

A 県公立小学校第2学年24名

④ 実施者

筆者(令和4年度は小学校教員であり、対象児童が在籍する学校に勤務していた)

⑤ 方法

場面の形式が変化する箇所では、朝の会の前後にて、例示と説明を行った。また、場面や類型別に実施した(表2)。第2期については、1日に4回分を行った。

表2テープ図練習問題の構成(NO=問題番号)

| 期間 | 場面 | 類型 | C=A+B | B=C-A | A=C-B |
|----|-----------|----|----------|------------|------------|
| I | A 場面→テープ図 | ア | NO.1,2 | イ NO.3,4 | ウ NO.5,6 |
| | B テープ図→式 | エ | NO.7,8 | オ NO.9,10 | カ NO.11,12 |
| II | C 式→テープ図 | キ | NO.13,14 | ク NO.15,16 | ケ NO.17,18 |
| | D テープ図→場面 | コ | NO.19,20 | サ NO.21,22 | シ No.23,24 |

ここで、テープ図練習問題を抜き出して紹介する。

問題 NO.1 場面→テープ図

場面:みかんが、さらに8こ、かごに5このつています。みかんはぜんぶで何こありますか。

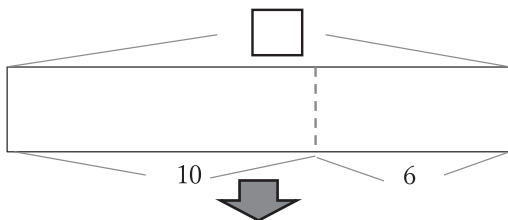


テープ図(これに□や個数を書き込む)



問題 NO.7 テープ図→式

テープ図



式(この場合、 $10+6=16$ とかく)

問題 NO.13 式→テープ図

式 $16+8=\square$

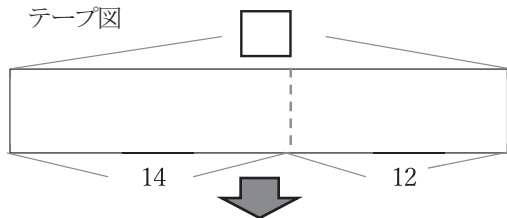


テープ図(上の式になるようなテープ図にする)



問題 NO.19 テープ図→場面

テープ図



場面:例えば、実際に学習者がつくったものと言えば、「なすが14こあります。12こになりました。なすはぜんぶでなんこでしょう。」

テープ図作成にあたっては、A社の教科書の手続きに従い、①2量を「区切る」、②全体、③部分、の順に仕上げていく。

⑥ 内容

各問題には、例を示し、学習者の解決のための手続きやその過程に求められる思考を促した。

⑦ 結果及び考察

ア 技能性

当初、2量の区別の線を引く箇所がわからない、□の中に数を書き込む、といった実態があったが、指導によって改善された。

イ 習熟性

繰り返し練習問題を行うことにより、テープ図を扱う学習は定着し、これに伴って学習者の意欲が向上した。

ウ 思考性

逆思考問題を扱ったこともあり、同じテープ図でありながら、学習者によって、異なる場面設定が生成された。この段階では、思考の共有を図っていないため、授業場面での思考の多様

性に期待がもてる。

(3) 研究授業

① 目的

テープ図指導の問題点のうち、学習者の「思考性」、「操作性」の状態を明らかにすることを目的とする。

② 期間

令和4年10月3日～10日（全6時間）

③ 対象

A 県公立小学校第2学年児童 24 名

④ 授業者

筆者

⑤ 研究の構造

図5の研究の構造のとおり、研究を進め、本授業はこの中に位置付く。なお、「思考性」を重視することから、場面、テープ図、式の関係性を意識した取組となる。

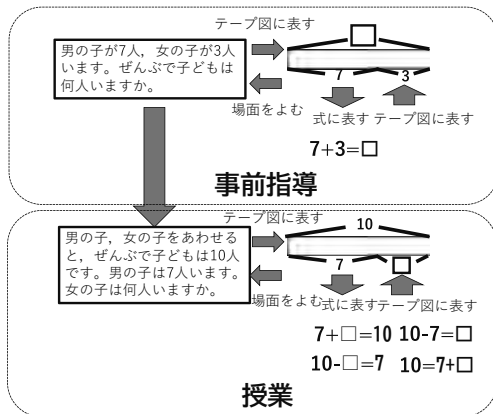


図5 研究の構造

⑥ 内容

全6時間の内容は次のとおりである。

1時間目：順思考問題で「ドットテープ図」から「テープ図」への移行段階を取り上げる。

2時間目：関係表現は減法の形であるが、計算は加法を用いる場面を、図を使って解決することを通して、加法と減法の間関係を理解する。

3時間目：加法の関係表現でも、減法場面を図

に表現して問題を解決する。このために、キズネール棒を用いる。

4時間目：減法の減数が未知数の問題を考える。このために、キズネール棒を用いる。

5時間目：場面とテープ図をつないで考える。

テープ図から場面をつくる①

6時間目：場面とテープ図をつないで考える。

テープ図から場面をつくる②

⑦ 記録

全6時間のうち、ここでは、導入の1時間目、キズネール棒を扱う3時間目、終末の5,6時間目、の4時間分を取り上げ、その授業記録を記す。

1時間目

T：(問題を提示する)

「13この赤いりんごと12この青いりんごがあります。あわせて何こですか。」

C：(問題文を読む。)

T：何を求めていますか。

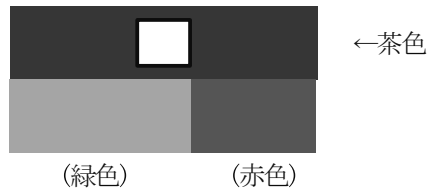
C：りんごがあわせて何こか求める問題です。

C：(「25」という声あり)

T：では、赤いりんごと青いりんごをそれぞれ磁石で表してください。

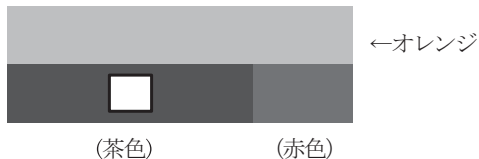
C：(代表の児童が黒板に磁石をはる。)

T：これをキズネール棒で表します。キズネール棒は、茶色、緑色、オレンジ、赤色の4本を使います。わからない数、求める数には、茶色の棒を使います。例えば、全体がわからないときは、



となります。

部分がわからないときには、



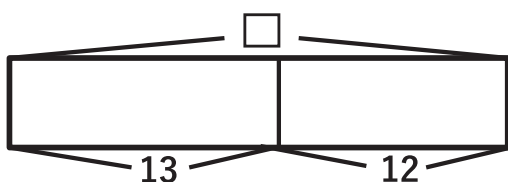
となります。(説明後、キズネール棒を配付)
 ※キズネール棒の操作に関する箇所は下線あり。

C: (自分でキズネール棒を使って操作する。)
 T: A,Bのどちらになりますか。
 C: (Aに17名、Bに4名が手をあげる。3名はまだ考えている。)

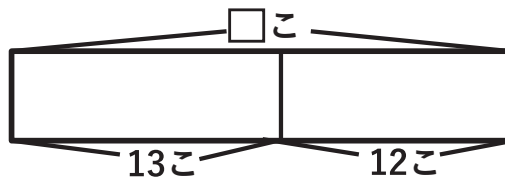
T: Aの図になる説明ができますか。
 C: 赤いりんごは13こあることがわかっていて、青いりんごも12こあるとわかっています。「あわせて何こでしょう。」だから、全部の数がわからないのでAになります。

T: Bの説明できますか?
 C: (「わからない。」という返答)
 T: 他のAの人で説明できる人いますか?
 C: Bのように、(全体を求める問題なのに)わからない数(茶色)が下にあつたら、わかる数になるから、Aのように、わからない数が上になります。

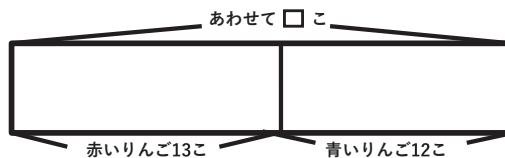
C: (Bの児童から「わかった。」という声あり。Aだという。)
 C: (全員がAになることで納得する。)
 T: これ(キズネール棒で表したもの)を使って、テープ図をかきましょう。
 T: (テープ図の要旨を配付する。)
 C: (用紙にテープ図をかく)
 T: 前でかける人?
 C: (黒板にテープ図をかく)



C: かき足します。(単位をつける)



C: もっとくわしくかきます。



T: このように、問題をテープ図にかくことができましたね。

テープ図をかくことについては、心理的抵抗がなくなってきた。また、題意の読み取りも無理なくできた。テープ図のかき足しについては学習者自身が考え行うことができた。

3時間目

T: (問題を取り上げる。)
 「りんごが何かありました。11こもらいました。りんごはさいしょなんこあったでしょうか。」
 C: (問題文を読む。)
 T: 問題の場面を頭の中で考えてみましょう。イメージできますか。
 C: できます。
 T: 分からないものは何ですか。
 C: 初めに自分が持っていたりんごの数です。
 (授業者がテープ図を持って、その位置を学習者にたずねる。)
 T: これはどこになるのかな。
 C: 下です。
 T: (授業者がキズネール棒の入った封筒を配

る。)

※キズネール棒の操作に関する箇所は下線あり。

C: (キズネール棒を使って、全体、部分の確かめるために操作する。)

T: 前で誰かやってくれますか。

C: (挙手) はい。(学習者がテープ図をはる。)

T: 説明してください。

C: 説明します。初めに、分からない、持っていた茶色を置いてから、11個もらった数を置いて、その次にそれに合わせて25個だから、そのオレンジを置きます。

C: (他の学習者) 分かりました。

T: 今、言ったことをテープ図で表すことができますか。

C: できます。

T: それでは、配ったキズネール棒を封筒に入れて返してください。(授業者は封筒を学習者から回収する)

T: 一つ目のテープ図のところにこれを書き表してください。

C: (学習者が黒板にかく)

T: 説明してください。

C: はじめに、11個りんごをもらったので、もらった数は11個で、次に全部でりんごは25個なので、全部の数が25個になって、初めにあったりんごの数は□になります。どうですか。

T: 素晴らしい。みんな出来ていました。素晴らしい。みんな出来ていました。素晴らしいですね。これを式で表したらどうなりますか。□を求めるためには、どこを隠したらいいですか。

C: 11です。

T: そうですね。25から11を引けばできますね。ノートの下に式を書いてください。25-11=14 答え14個になります。あともう1つテープ図がありますよね。それを使って今から、先

生がテープ図をかくので、問題を作ってください。(授業者が黒板に問題をかく。)

T: 「全体が32個です。あった数が□個。買ってきた数が15個です。」というテープ図です。このテープ図に合う問題文を作ってください。

C: できました。

学習者は、キズネール棒を用いて、テープ図に関係を表現することができた。また、はじめの問題と後の問題では、構造が同じということができた。さらに、テープ図から場面を考え、問題文をつくることができていた。

学習者は意識していないが、これらの活動によって、テープ図、場面、式が関係付けられる学習ができています。

5時間目

T: (授業者が黒板にテープ図をはる。)

黒板のテープ図を見てください。これは、できますか。

C: 全部の数、□個。できます。

T: できますか。

C: できません。

全部の数

□ 17個

T: なぜ、できないのですか。

C: テープ図の上の全部の数か、下の数か、どちらかに数がないとできません。

T: なるほどね。どっちかが分かっていたらいいですね。そうしたら、全部の数がわかっていたらできますか。

C: できます。

T: それでは、キズネール棒で表すことができますか。上が分かっている、下の一つが分かっている場合です。できますか。

C: できます。

T: (授業者が学習者にキズネール棒が入った封筒を配る。)

※キズネール棒の操作に関する箇所は下線あり。

T: できましたか。

C: (学習者が、黒板にテープ図をはる)

T: 説明してください。

C: 説明します。全部の数が分かっているからオレンジで、下の一つは17個と分かっているので赤で、もう一つは分かっていないので茶色になります。



C: (他の学習者から拍手が起こる。)

T: これは分からないのは全体ですか。部分ですか。

このように、学習者に求めているのは、「全体」なのか、「部分」なのかを改めて考えさせて確認する。

T: このテープ図を見てください。

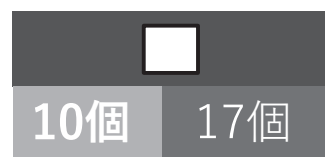
C: 一緒。

T: 全く一緒ですね。だけど、先ほどの問題は全部の数が分かっていたんですが、今度は下の部分に分かったとします。例えば、「お饅頭が10個ありました。後から17個買ってきました。全部でお饅頭は何個になりましたか。」今度は下の部分の数が分かっているのです。それでは、キズネール棒で表してください。

C: できました。

T: それではやってもらいましょうか。

C: はい。(学習者が黒板にキズネール棒で表す。)



C: 説明します。

T: 分かっているところを指してください。

C: (緑とオレンジを指す)

T: 分からないのはどれですか。

C: 全部の数です。

T: 全部の数が分からないので、茶色で表したのですね。他の意見はありますか。これは何を求める問題ですか。

C: 全部の数です。

T: そうです。全部ですね。これは全部を求める問題です。今日は同じテープ図だけど、自分で数を考えて入れて問題をノートに作ってほしいのです。それぞれ1問ずつ作ってください。黒板の左側が1番で右側が2番。ノートに1番, 2番と書いてそれぞれの問題を書いてください。やることは分かりましたか。先程配ったキズネール棒を返してください。

T: それでは始めてください。1番は分かっている数が全部です。昨日、みなさんが授業で作った問題と同じです。昨日の授業を思い出してください。(授業者は、昨日、授業で使用した用紙2種類を黒板にはる)

C: 先生、何か変です。〇〇が□個なくなりました。〇〇が□個残っています。………?

T: 今日の2番の問題、全部を求める問題は、この2種類の用紙のうちどちらですか。

C: 右側です。

T: そうですね。これは「初め〇〇は何個あったでしょう。」という問題ですから、今日の2番にあたる問題ですね。左側の問題が今日の1番にあたる問題ですね。

C: 全部の数が分かっているからです。

T: そうですね。昨日やった問題を参考にして作ってください。1番も2番も「17個」というのが共通です。

C: 先生できました。

T: 2つともできましたが。

C: できました。

T：早いですね。

テープ図から場面を考える授業であった。学習者は自分でテープ図と場面を結び付けることができていた。また、キズネール棒の操作によって、問題の構造を捉えることができていた。さらに、場面を表す問題文の表現には工夫が必要であり、そのための手立てが大切であることはわかった。

6 時間目

T：「テープ図から問題を作りましょう。」（前時の続きで、学習者はホワイトボードに、テープ図をもとに、自分で考えた問題を書いており、これについてそれぞれが説明する。）

C1：桃が20個ありました。お母さんが10個買ってきました。全部で桃は何個になったでしょう。式は $20+10=30$ 答えは30個です。

C2：みかんが20個あります。10個買いました。全部で何個でしょう。式は、 $20+10=30$ 答えは30個です。

C3：飴が20個あります。飴を10個もらいました。全部で何個でしょう。式は、 $20+10=30$ 答えは30個です。

C4：チョコが何個あります。10個買ってきました。全部で30個になりました。はじめ、チョコは何個あったでしょう。式は、 $30-10=20$ 答えは20個です。

C5：トマトが30個あります。10個食べました。残っているのは何個でしょう。式は、 $30-10=20$ 答えは20個です。

C6：飴が何個かありました。兄に10個もらいました。はじめに何個あったでしょう。式は、 $30-10=20$ 答えは20個です。（この問題文は間違っているが、学習者は気付かず、友達の指摘によって訂正する。）

C7：桃が何個かありました。10個買ってきました。全部で30個になりました。はじめに何

個あったでしょう。式は、 $30-10=20$ 答えは20個です。

C8：クッキーが20個ありました。何個か買ってきました。全部で30個になりました。クッキーは何個買ってきたでしょう。式は、 $30-20=10$ 答えは10個です。

C9：鉛筆が30本あります。20本使いました。残っているのは何本でそう。式は、 $30-20=10$ 答えは10本です。

C10：飴が20個ありました。兄が何個かくれました。全部で30個になりました。兄から何個もらったでしょう。式は、 $30-20=10$ 答えは10個です。

C11：りんごが20個あります。何個か買ってきました。30個になりました。りんごを何個買ってきたでしょう。式は、 $30-20=10$ 答えは10個です。

このように、テープ図をもとに、全員が問題文を作成することができた。学習者は、この活動を通して、1つのテープ図から加法と減法の両方が表せることを学んだ。実際、導出された問題文をみれば、同じテープ図でありながら、式が、加法、減法の両方があることから、これについてより明確に意識することができた。また、テープ図→問題文、問題文→式という活動によって、テープ図、式、問題文の関係を考えることができた。

6. 結果と考察

全てのテープ図を扱った学習を終えて、第2学年の学習者に対して、「1 テープ図の学習でよかったと思うことは何ですか。」「2 テープ図の学習でできるようになったと思うことは何ですか。」の2つの自由記述を求めた。

この結果、「1 テープ図の学習でよかったと思うことは何ですか。」で最も多かった（15名）のは、「キズネール棒を使ったこと」であった。

その理由として、キズネール棒を使うことによって、「場面がイメージしやすくなった。」「全体と部分を区別しやすくなった。」という記述がみられた。この他、「テープ図の練習問題ができたこと」や「自分で問題を作ったこと」という意味の感想が目立った。

「2 テープ図の学習でできるようになったことは何ですか。」という質問に対しては、「問題を作れるようになった。」という意見が最も多く(14名)、この他、「自分でテープ図がかけられるようになった。」「問題の『わからないこと』、『求めること』がわかるようになった」、「練習問題ができるようになった」という趣旨の記述が目立った。

次に、指導方法の4つの視点から分析する。

「技能性」については、学習者にテープ図作成の戸惑い(線を引く、数値を書く)がみられると想定していたが、学習の進捗とともに、ノートに自らテープ図がかけられるようになった。

「習熟性」については、テープ図練習問題の繰り返しと内容の変化によって、テープ図作成やテープ図をもとにした場面の設定、式化に対して、学習者の心理的抵抗が少なくなった。

「操作性」については、キズネール棒をよく用いていたこともあって、学習者のこの学習具に対する親和性は高い。キズネール棒の操作は、授業の流れをつくるうえで有効に働いた。実際、学習後の学習者の感想(例えば、「ほくは、キズネールぼうをつかってやるのがたのしかったです。))からも、キズネール棒の活用を好意的に受け止めていることがわかる。

キズネール棒を、本学習で用いた学習者の戸惑いは、1時間目のみであり、2時間目以降はみられなくなり、直ぐに操作できた。しかし、この操作を繰り返すことで、「わからないもの」が、「上にくる」、「下にくる」といった声が聞かれるようになった。これは、キズネール棒の操作が場面のイメージ化に繋がったといえる。

実際、これは、「2 テープ図の学習でできるようになったことは何ですか。」の感想から読み取ることができる。また、キズネール棒自体で、数の関係性を表現できることに気付いた学習者もみられた。本研究において、操作性を思考性と関連付ける意味においても、キズネール棒の活用は有効であったといえる。

思考性について言えば、テープ図練習問題、授業において、場面、式、テープ図の関係性を意識した結果、学習者は、テープ図や場面、式について考え、それぞれ作成することができた。

また、このテープ図学習において、キーワード(「残る」、「あげる」)依存のため、学習の当初、解決に戸惑いをみせる学習者がいたが、本研究を進める中で、文章題に託された物語を読む手立てとしてのテープ図から文章題の構造がみえるようになった。テープ図が思考の道具として生きた研究となったといえる。

これらから、テープ図を扱った指導の4つの問題に対応した取組によって、学習者の各要素の状態はよくなったといえる。また、学習者は、様々な取組を通して、テープ図の有用性を感じてきたとみられる。よって、本研究の目的は果たすことができたといえる。

今後の課題としては、1つ目に、本研究の学術的な根拠の明らかにすることである。実践研究とはいえ、実践に関する理論的背景を整理することが肝要である。2つ目は、問題文を読むだけで答えがわかる学習者に対する手立てである。この学習者に対してテープ図を利用することの意味や有用性を理解、感得させるための方法を検討する必要がある。3つ目は、「操作性」の向上のためにキズネール棒を用いた点である。授業者としてキズネール棒の本来の活用とは異なることを承知のうえで、学習者にとって親和性が高いため用いたが、これに代わる有効な「操作性」のツールを開発したい。第4に、「技能性」に関わってテープ図を区切ったこと

である。本研究では、学習者のテープ図の活用しやすさを考慮したため、常に「区切る」ことで指導したが、問題場面によっては、本来、テープ図を「付け足す」ことが適当だというご教授をいただいた。これらの課題へのアプローチが、テープ図指導の効果をさらに引き出し、学習者の理解を深めるだろう。

駐：本研究は、筆者が小学校教員であった昨年度に行ったものである。

参考・引用文献

- 平井安久（2006）「たし算・ひき算の逆思考問題での児童の理解」, 数学教育論文発表会論文集 39 巻, 日本数学教育学会, pp.301-306.
- 石田淳一・土田圭子・岡本彩希（2007）「2 学年の逆思考文章題単元におけるテープ図指導に関する研究」, 日本数学教育学会誌 89(6), 日本数学教育学会, pp.2-11.
- 文部科学省（2017）「小学校学習指導要領解説算数編」, https://www.mext.go.jp/content/20211102-mxt_kyoiku02-100002607_04.pdf（最終確認, 2023 年 8 月 29 日）
- 名古屋市数学研究会 B_2 グループ（1979）「算数指導として何をどのように表現させたらよいか：線分図（テープ図）の指導」, 数学教育学会誌臨時増刊総会特集号 61, 日本数学教育学会, p.141.
- 日本数学教育学会（1992）『新訂算数教育指導用語辞典』, 株式会社新数社, p180.
- 岡 直樹・鈴木留美子（2007）「テープ図を用いて子どもは文章題をどのように解くか」, 日本教育心理学会総会発表論文集（49）, 日本教育心理学会, p578.
- 尾崎正彦（2011）「16 たし算とひき算（2）」, 『新版小学校算数 板書で見る全単元・全時間の授業のすべて 2 年下』, 東洋館出版社, pp.130-145.

（令和 5（2023）年 12 月 8 日受理）

Abstract

A study on teaching “tape diagrams” in mathematics classes

Kochi University Atuyuki YADA

Practical knowledge points to four problems in the teaching of tape diagrams: “technicality,” “proficiency,” “manipulability,” and “thinking. Proficiency” refers to the difficulty involved in drawing. Proficiency refers to the short amount of time spent on tape diagrams, which results in insufficient utilization. Manipulability” refers to the use of manipulable learning tools, since the lack of manipulability in this study has not had a positive impact on learners’ motivation and understanding. Thinking” refers to the fact that this study has complex elements that involve thinking, such as number structures and relationships and arithmetic decisions. In this study, which deals with algebraic relations and quantity relations, students are confronted with problems of forward and reverse thinking. In addition, from the same tape diagram, students will consider the problems of addition and subtraction, and relate scenes, tape diagrams, and expressions. Based on the above, the purpose of this study is to examine how the state of each element of the learner’s mind was transformed by the efforts to deal with the four problems of teaching with tape diagrams, and whether the learners were able to sense the usefulness of the tape diagrams. For this purpose, we will increase the learners’ interest in and understanding of tape diagrams through preliminary instruction based on the four problems of teaching with tape diagrams. Next, after examining the content of the tape diagram practice exercise and the research lesson, we will implement each of them. Finally, after examining the research lesson, we will synthesize and discuss this study. Based on the results of the preliminary instruction, “There shall be two elements that correspond to the parts of a tape diagram.” The procedure of drawing a tape diagram will be treated carefully again. and “Take steps so that the interrelationships among scenes, tape diagrams, and equations can be grasped. The following three points were noted. Next, the students worked on the tape diagram exercises, and the results showed improvement in each element except operability. Research lessons were conducted for a total of six hours. As a result, some students expressed the “good” point that the use of the kizunaeru stick made it easier for them to visualize the scene and to distinguish the whole from the parts. In addition, the study of tape diagrams enabled them to create problems, and they became aware of the relationship among scenes, formulas, and tape diagrams.

Key words : Tape Diagram, Cuisenaire Rods, Algebraic Relations, Quantity Relationship