

〈原著論文〉

算数科における見方・考え方を育成する教育方法的考察 －論理的な思考と数学的な見方・考え方の統合－

Consideration of the education method to promote a viewpoint,
the thought in the arithmetic department

－ Unification of a logical thought and the mathematical viewpoint, way of thinking －

関西福祉大学 服部 紗代子*¹

要約：平成29年の学習指導要領の改訂で、各教科等の見方・考え方を働かせることにより、資質・能力の育成を図っていくことが明示された。小学校算数科における数学的な見方・考え方とは、「事象を、数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉え、統合的・発展的に考えること」である。見方・考え方を働かせた学習は、「主体的・対話的で深い学び」、特に「深い学び」を実現する鍵となる。

これまで、「数学的な考え方」という言葉を用いて、数学的な見方・考え方についての研究が多く積み重ねられている。学習指導要領においても、以前から、算数科において育まれる見方・考え方について、「数学的な考え方」と示されてきた。評価の観点として「数学的な考え方」という言葉が定着、平成20年の改訂においてもその観点が継続されていた。

本稿では、「資質・能力」や「深い学び」との関連を検証し、数学的な見方・考え方を働かせる算数科の授業を展開することは、以前から算数科が目指してきた「数学的な考え方」と変わるものではないとして、第5学年の面積の単元を例に数学的な見方・考え方を促すのに必要な手立てとその活動を提案した。

Key words： 数学的な見方・考え方 数学的な考え方 論理的思考力 数学的活動 面積

1. はじめに

(1) 学習指導要領における「見方・考え方」

今回の学習指導要領改訂によって、見方・考え方の育成をすることが強調されている。そこには、「『アクティブ・ラーニング』の視点については、深まりを欠くと表面的な活動に陥ってしまうといった失敗事例も報告されており、『深い学び』の視点は極めて重要である」(中央教育審議会2016)¹⁾ことが指摘されている。

深い学びの実現のために、今回、指導要領で

各教科等の特質に応じた「見方・考え方」が整理されたのである。

(2) 「資質・能力」と「見方・考え方」

新学習指導要領では、育成すべき資質・能力の三つの柱(図1)が示された。



図1 資質・能力の三つの柱(文部科学省)

*¹ Sayoko HATTORI
Kansai University of Social Welfare

教育課程の実施においては、発達に応じて三つをバランスよく膨らませ、児童・生徒が成長していけるようにする役割が期待されている。各教科等の文脈の中で身に付けていく力と、教科横断的に身に付けていく力を相互に関連付けながら育成していく必要がある。育成すべき資質・能力の三つの柱を明確にし、深い学びにつなげていく際に、各教科の特性に応じ育まれる「見方・考え方」が重要である。また、育てたい「見方・考え方」は各教科等の中だけでなく、「論理的・批判的思考力」といった汎用的な見方・考え方として身につけさせるべきものでもある²⁾。

(3) 「深い学び」と「見方・考え方」

各教科等の目標に位置付いた見方・考え方とは、各教科等の特質に応じて各教科等ならではの物事を捉える視点や考え方である。習得・活用・探究という学びの過程の中で見方・考え方が働くことで、資質・能力がさらに伸ばされたり、新たな資質・能力が育まれたりする。見方・考え方が更に豊かなものになるという相互の関係にある。

このような見方・考え方を働かせた学習は、アクティブ・ラーニングの視点からの学びと言われる「主体的・対話的で深い学び」の実現につながる。特に、見方・考え方は深い学びを実現する鍵となる。新しい知識・技能を既に持っている知識・技能と結び付けながらそれに加えて児童・生徒の思考を深めるために発言を促したり、気付いていない見方を提示したりするなど、指導の在り方を再考する必要がある。

2. 数学的な見方・考え方

(1) 算数・数学の学習指導要領の変遷から見る「見方・考え方」

算数・数学科において育まれる見方・考え方については、これまでの学習指導要領でも、小

学校(昭和33年・昭和43年)、中学校(昭和33年・昭和44年)、高等学校(昭和35年・昭和45年)で「数学的な考え方」として示されてきた。当時から評価の観点として「数学的な考え方」という言葉が定着、平成20年の改訂においてもその観点が継続されている。その後、小学校では、「数理的な処理のよさ」(平成元年)、「算数的活動の楽しさや数理的な処理のよさ」(平成20年)、中学校及び高等学校では、「数学的な見方や考え方のよさ」(平成元年・平成10年)、「数学のよさ」(平成20年)など、表現を変えながらもその重要性が指摘されてきており、今回は育成すべき資質・能力の三つの柱を明確に示したことに合わせて改めて「数学的な見方・考え方」として整理された。

新学習指導要領では数学的な見方・考え方とは「事象を、数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉え、統合的・発展的に考えること」であるとされている。この「統合的・発展的」の部分に中学校では「論理的」とも記されていることから、小学校の算数科では論理的思考力育成にもつなげたいことが読み取れる。

(2) 算数科の「資質・能力」と「数学的な見方・考え方」

算数科においても、数学的に考える資質・能力の育成に向けて、数学的活動の様々な場面で数学的な見方・考え方を働かせることが要請されている。数学的な見方・考え方は、資質・能力と相互に影響し合う。数学的な見方・考え方は、既に身に付けた資質・能力に支えられていながら、資質・能力を支えるものといわれている(文部科学省2018)。数学的な見方・考え方を働かせることで資質・能力が育成される一方で、資質・能力の育成に伴って数学的な見方・考え方が成長すると考えられているのである。また、数学的な見方・考え方は算数科の学習を創造的に行うために不可欠でもある。このよう

に、児童の数学的な見方・考え方の育ちは、新学習指導要領における算数科の目標の達成だけでなく、学習の質の向上にも貢献する。

これまで、「数学的な考え方」(中島 2015, 片桐 2017) という言葉を用いて、数学的な見方・考え方についての研究が多く積み重ねられている。中島は、数学的な考え方の育成について「算数・数学にふさわしい創造的な活動が自主的にできるようにすること」と述べる等、数学の創造的な側面を強調している。片桐は、「数学的な考え方には内容と方法がある」としている。方法に関係した 11 の考え方(帰納的な考え方・類推的な考え方・演繹的な考え方・統合的な考え方・発展的な考え方・抽象化の考え方・単純化の考え方・一般化の考え方・特殊化の考え方・記号化の考え方・数量化、図形化の考え方)は、それぞれの考え方に共通する内容も含まれているものや、対立する意味の含まれているものがある。また、学習指導要領の改訂により、「統合的・発展的に考察する力」や「見通しをもち筋道を立てて考察する力」を育むことが言及されている。発展的に考えたり統合的に考えたりするなど、数学的な見方・考え方にはどのようなものがあるかを示されてきた。ここでは、発展的に考えるようになるなど、数学的な見方や考え方の育成を提案したい。

3. 見方・考え方を育む指導の在り方

(1) 単元について

そこで、具体的な指導について、例として第 5 学年の面積の単元にて考えてみる。算数・数学科は系統性が重要である教科だが、これは、第 4 学年で正方形や長方形の面積を学んだ子供たちが学習する単元である。第 4 学年の面積では、 1cm^2 を敷き詰める操作活動を行うことにより新しく普遍単位を獲得している。

これらを学んでいる子供たちが第 5 学年ではどのような新しい数学的な見方・考え方を獲

得すべきだろうか。数学的な考え方の方法としては、ここでは演繹的な考え方をを用いて、統合的な考え方も獲得させたい。

(2) 教科書比較から

算数科の全 6 社の教科書を比較してみると、5 社は平行四辺形の面積を最初に、1 社は三角形の面積を最初に学んでいる³⁾ことがわかった。平行四辺形の面積から学ぶのは、児童の思考に添っている。三角形の面積から学ぶのは、三角形が直線で囲まれた図形の基本だからと考えられる。どちらであっても、統合的・発展的に考察できるような授業展開で指導していきたい。

(3) 指導の工夫と育てたい数学的な見方・考え方

平行四辺形の面積から学ぶ場合、平行四辺形を図 2 のように長方形に等積変形して面積を求めている。

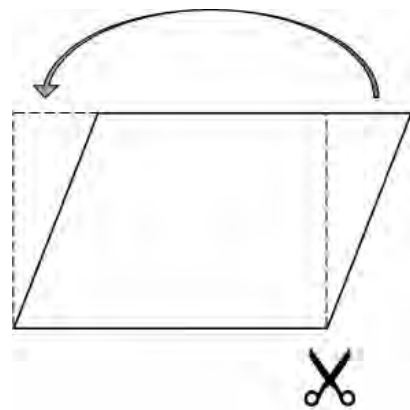


図 2 平行四辺形を長方形に等積変形
(服部作図)

これらを考える際に数学的な見方・考え方を獲得させるために児童にとって大切なのは、等積変形の仕方を教えてもらうのではない。平行四辺形を切ったり動かしたりする操作を自分の手で行いながら考えることが大切である。

ここで公式も児童に考えて作らせたい。でき

た長方形の縦×横から、「底辺」「高さ」という言葉を新たに教えながら、平行四辺形の面積の公式を導くのである。この際には、底辺と高さが同じであれば、面積は等しいことについてもしっかりとおさえておきたい。児童にとっては感覚的に大きさの違うように見える平行四辺形でも、演繹的に考えた公式によって見れば同じであると見ることのできるように育てたいものである。数式による思考だけではなくイメージ操作によって等積変形をつかませる必要がある。そのために、アナログ教材だけでなく、図3のデジタル教材も使って、底辺が等しく高さも変わらなければ平行四辺形の面積は等しいことを、平行線を用いて印象付けて理解させる。

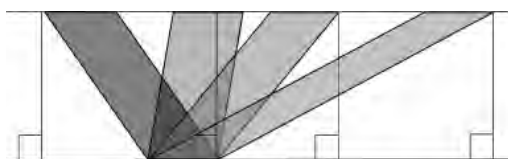


図3 平行四辺形のイメージ操作のためのデジタル教材 (服部作図)

三角形の面積を求める際は、平行四辺形の面積の求め方を学んでいるので、図4のようにもう一つ同合な三角形を用紙して180度回転させて合わせ、平行四辺形の半分の面積として求めることもできる。また、図5・6のように等積変形により長方形にして求めることもできる。

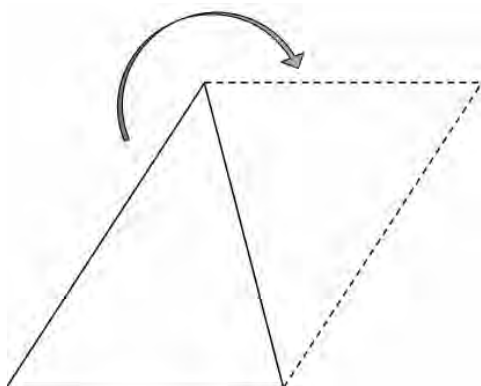


図4 三角形を平行四辺形に倍積変形 (服部作図)

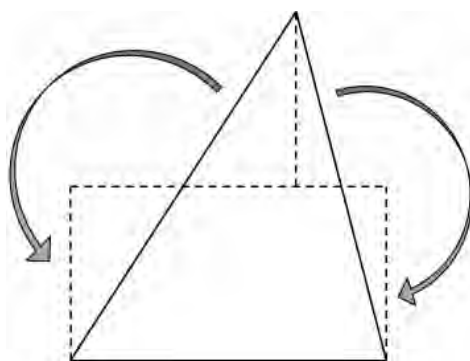


図5 三角形を長方形に等積変形 (服部作図)

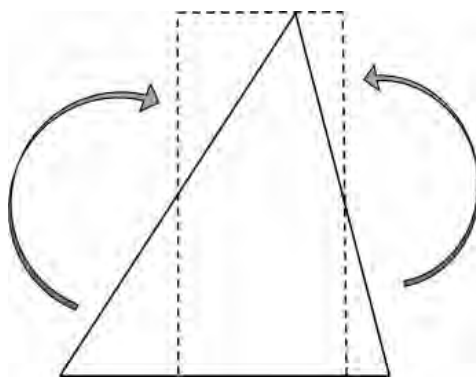


図6 三角形を長方形に等積変形 (服部作図)

これらは、既習の長方形や平行四辺形の面積の求め方を基に考えたり、平行四辺形の面積を考える時に用いた等積変形の考え方を活用したりして、統合的に思考している。

ここでも、底辺と高さが等しければ面積も等しいことについても、平行線を用いて図7のようにおさえたい。大きさの違う平行四辺形に見えるものでも、自分たちで考えた公式によれば等しいことを演繹的に納得できるようにするのである。

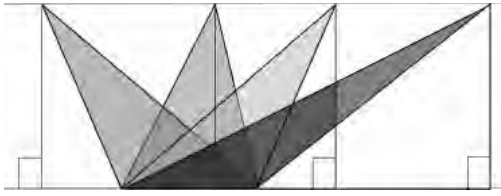


図7 三角形のイメージ操作のためのデジタル教材（服部作図）

平行四辺形の面積を求める際は、三角形の面積の求め方を学んでいるので、対角線で分割して三角形2つ分の面積として求めることもできるし、等積変形により長方形にして求めることもできる。これらは統合的に思考している。

三角形の面積から学ぶ場合、三角形を長方形に等積変形や倍積変形して面積を求めている。これを考える際にも、操作活動が大切である。そうしていると、いくつもの考え方が児童から見られるようになってくる。

公式に導く際には、三角形をどのように長方形に変形しても、一つの三角形の公式に導くことができる。一番わかりやすいのは図4のように平行四辺形に倍積変形した場合である。この場合には「(平行四辺形の面積) ÷ 2」であるため、「底辺×高さ ÷ 2」と、そのまま導くこともでき、児童も納得しやすい。また、長方形に等積変形している場合は「長方形の面積」そのものである。三角形の「底辺」、「高さ」を教えながら、図5の場合はできた長方形の縦が「高さ ÷ 2」、横が「底辺」である。長方形の面積公式の「縦×横」から「高さ ÷ 2 × 底辺」、そして交換法則によって「底辺×高さ ÷ 2」とすることができる。図6の場合ではできた長方形の縦が「高さ」と等しく、横が「底辺 ÷ 2」である。「縦×横」から「高さ×底辺 ÷ 2」、そして交換法則によって「底辺×高さ ÷ 2」とすることができる。

台形の面積については、図8のようにもう一つ合同な台形を準備して考える倍積変形は、

三角形の面積を求める際にも同じように用いているので児童にとって思いつきやすい。

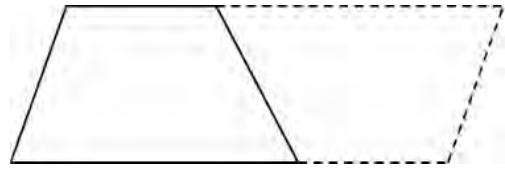


図8 台形を平行四辺形に倍積変形（服部作図）

しかし、小学校で児童の様子を見たり教師の授業後の反応を聞いたりしていると、他の考え方はわかりにくいようであるが、対角線で区切る方法で等積変形によって求められる。これらを児童が思考しやすいようにするには、三角形の面積の見方・考え方を深めておく必要がある。これは、内容に関する考え方である。図9のように対角線で区切った場合、二つの三角形に分けられる。この考え方も児童から出されるようにしたい。まずは、これらの三角形の面積をそれぞれに求めて合わせる方法である。

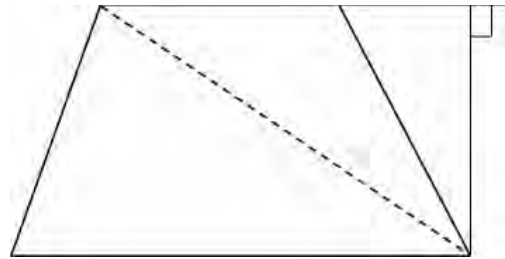


図9 台形を対角線で2つの三角形に分割（服部作図）

この方法で児童にとって困難であるのは、上底を底辺とした三角形の面積の求め方である。三角形が逆さまに見えることと、さらにその三角形が高さを表す垂線が外にある三角形であるため、前時までの学習で見方・考え方が十分に身につけていなければ面積の公式と結び付けにくい。

さらに、底辺と高さが等しい三角形は面積

が等しいことを理解できていると、図10のように上底を底辺とする三角形を等積変形させて大きな三角形にできることに気づくこともできる。この変形ができると、台形の公式である「(上底+下底) × 高さ ÷ 2」に近づける。

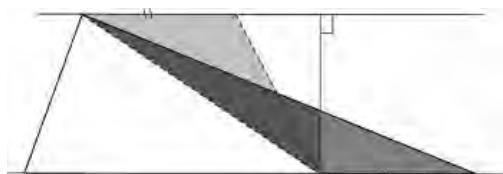


図10 台形を大きな三角形に等積変形 (服部作図)

ひし形の面積も、倍積変形(図11)や等積変形(図12)によって既習の図形にして求められる。既習の図形に変形するという見方を新たな図形に対して行う力がついたということである。

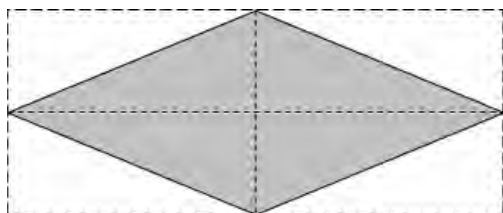


図11 ひし形を長方形に倍積変形 (服部作図)

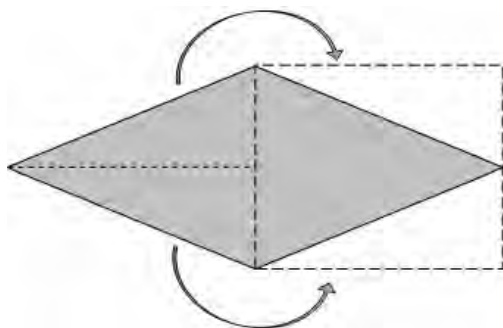


図12 ひし形を長方形に等積変形 (服部作図)

(4) 数値に頼らないことで演繹的思考力の育成につなげる

また、このように面積の求め方を倍積変形や等積変形で考えさせる際、数値が示されていない方がよい。それは数値があることによって分配法則で求められるからである。数値を使って考えさせると、児童は答えの「数」が合っているということに満足してしまいがちである。さらに、数値がない状態で行えば、児童の思考がその後の公式へつながりやすくなり、演繹的な思考力の育成につながる。

4. 評価について

(1) 授業中及びノートの点検によって「見方・考え方」を評価する

「目標と指導と評価の一体化」⁴⁾(加藤 2019)と言われているように、指導する以上は評価も行わなければならない。これは評価のしやすい知識や技能にとどまらず、見方・考え方についても同様に行わなければならないということである。

その方法として、例えば、台形の面積を求める際に対角線で分割し、平行線を用いて三角形を等積変形して面積を求め方法が理解できるか、その操作から自分なりの公式に導けるかについて、授業中に見取る。また、ひし形の面積を考える際に、倍積変形で、等積変形と、自力で複数の方法を使って解決しようとする姿が見られたならば、これらの図形の見方が身についたといえるであろう。

ノートにこれらを表させることにより、一人一人を評価することもできる。ノートに思考の跡が残せるように授業展開を工夫する必要がある。例えば、面積の求め方を考えさせたい図形を全員に配布し、変形の仕方がわかるように切ったり貼ったり書き加えたりするよう指導する。この際にただ切った紙を貼るだけでなく、動きや操作、その意味までもが分かるように表すよ

う指導すべきである。そうすることで、児童は後で見直すこともできるし、教師が評価することもできる。これは今回の学習指導要領には「数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表したり目的に応じて柔軟に表したりする力を養う」と記されている。いつでもノートのマスにこだわるのではなく、柔軟に使えるような子どもたちに育てたい。また、ノートを評価するときには、自力解決したものだけでなく、仲間の考えを聞いて加えたものもあると考えられるため、授業中の自力解決の場面でどのように考えていたか、仲間とどのように伝えあっていたかの見取りと合わせて評価するべきである。

(2) 今後の課題

一人一人を正確に評価するためには、数学的な見方・考え方を育成するための試験問題を作成することも考えなければならない。数学的な見方・考え方を働かせて深く学んでいることの評価についても授業づくりと合わせて研究していきたい。

5. おわりに

本研究では、算数科における数学的な見方・考え方を育成する指導の実践を考えようと試みた。平成29年版学習指導要領における「主体的・対話的で深い学び」というのは、ただ活動させればよいというものではない。今回は数学的活動を通して数学的な見方・考え方を働かせ、学びを深める算数科学習の展開を目指した視点を大切に、授業づくりについて考えた。

今後は、数学的な見方・考え方を働かせてより一層深く学べるような授業のあり方を改善したい。

また、教科の内容とともに数学的な見方・考え方についても系統的に学ばせる方法やカリキュラムについても考察していきたい。

註

- 1) 中央教育審議会では平成28年12月21日の第109回総会において、「幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について（答申）」を取りまとめられた。その中で「深い学び」と「見方・考え方」について「今後の授業改善等においては、この『見方・考え方』が極めて重要になると考えられる」とされている。
- 2) 加藤は「新学習指導要領をひもとく」の中で、「見方・考え方」には、論理的・批判的思考力といった汎用的な見方・考え方だけでなく、それを基盤とする（中略）教科特有の見方・考え方があると述べている。
- 3) 算数科の教科用図書を出版している全6社のうち、啓林館だけは三角形の面積から考える流れで構成されている。はじめに平行四辺形の面積を求める方が児童の思考に沿っていると考えられるが、啓林館はそれを解決するために直角三角形の面積を求めてから次時に鋭角三角形の面積へと発展的に単元構成を組むことで、児童の思考にも寄り添うよう工夫されていると考えられる。
- 4) 加藤は「評価にこだわる、結果に責任を持つ指導」と述べている。授業という「プロセス」は、「子どもの育ちの姿」で評価を行うことが不可欠であり、結果が良くないのであればそれは指導のプロセスに原因があるということである。

参考文献・引用文献

- 片桐重男（2017）「数学的な考え方の具体化」『明治図書』
- 中島健三（2015）「算数・数学教育と数学的な考え方」『東洋館出版』
- 加藤明（2019）「新学習指導要領をひもとく」『文溪堂』
- 柿沼岬，立花正男（2019）「算数における教科の見方・考え方の育成—メタ認知教授法に焦点を当てて—」文部科学省（2018）「小学校学習指導要領」『東洋館

出版】

文部科学省 (2018)「小学校学習指導要領解説 (平成29年告示) 算数編」『日本文教出版』

文部科学省 (2018)「中学校学習指導要領解説 (平成29年告示) 数学編」『日本文教出版』

文部科学省 (2018)「高等学校学習指導要領」『東山書房』

文部科学省 (2008)「小学校学習指導要領」『東京書籍』

文部科学省 (2008)「中学校学習指導要領」『東山書房』

文部科学省 (2008)「高等学校学習指導要領」『東山書房』

文部省 (1998)「中学校学習指導要領」『大蔵省印刷局』

文部省 (1998)「高等学校学習指導要領」『大蔵省印刷局』

文部省 (1989)「小学校学習指導要領」『大蔵省印刷局』

文部省 (1989)「中学校学習指導要領」『大蔵省印刷局』

文部省 (1989)「高等学校学習指導要領」『大蔵省印刷局』

文部省 (1968)「小学校学習指導要領」『大蔵省印刷局』

文部省 (1969)「中学校学習指導要領」『大蔵省印刷局』

文部省 (1970)「高等学校学習指導要領」『大蔵省印刷局』

文部省 (1958)「小学校学習指導要領」『帝国地方行政学会』

文部省 (1958)「中学校学習指導要領」『明治図書出版』

文部省 (1960)「高等学校学習指導要領」『大蔵省印刷局』

文部科学省 (2016)「教育課程部会算数・数学ワーキンググループ (第8回) 配付資料参考資料2」

2020.01.08 Retrieved from

https://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo3/073/siryo/_icsFiles/afiedfile/2016/06/21/1372244_12.pdf

文部科学省 (2017)「新しい学習指導要領の考え方ー中央教育審議会における議論から改訂そして実施へー」2019.12.29 Retrieved from

https://www.mext.go.jp/a_menu/shotou/new-cs/_icsFiles/afiedfile/2017/09/28/1396716_1.pdf

中央教育審議会 (2015)「第100回 初等中等教育分科会 配布資料1」2020.01.12 Retrieved from

https://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo3/siryo/attach/1364316.htm

中央教育審議会 (2016)「幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について (答申)」2020.01.12 Retrieved from

https://www.mext.go.jp/component/b_menu/shingi/toushin/_icsFiles/afiedfile/2017/01/10/1380902_3_2.pdf

赤攝也ら「新版楽しい算数5」『大日本図書』PP.170-187

藤井齊亮ら (2014)「新編新しい算数5下」『東京書籍』PP.32-52

一松信ら (2014)「みんなと学ぶ小学校算数5年」『学校図書』PP.178-200

小山正孝ら「小学算数5年下」『日本文教出版』PP.4-24

清水静海ら (2014)「わくわく算数5」『啓林館』PP.118-133

坪田幸三ら (2014)「小学算数5」『教育出版』PP.182-201

(令和2(2020)年2月19日受理)